

# Tarde SPM / CIM

Relatório

## *Cálculo das Variações*

Organização: Luísa Mascarenhas (FCT-UNL)

A tarde SPM / CIM sob o tema **Cálculo das Variações** teve lugar na Quinta das Lágrimas, Coimbra, dia 29 de Setembro de 2007, pelas 14 horas, com o seguinte programa:

**14h00-14h50 - Anca-Maria Toader (FC-UL):** Formulação matemática do Princípio de Saint Venant.

Resumo: *O Princípio de Saint Venant é bastante popular em mecânica dos sólidos. Uma formulação possível do Princípio de Saint Venant é a seguinte : a distribuição local das forças numa pequena zona dum corpo tem pouca influência sobre a deformação no corpo longe da respectiva zona. Os factores relevantes são a resultante das forças aplicadas e o momento correspondente.*

*A formulação matemática do princípio e a sua demonstração rigorosa estão longe de ser triviais. Para o caso duma equação linear elíptica escalar num domínio em forma de barra, em duas dimensões, Knowles (1967) formulou e demonstrou o Princípio de Saint Venant com todo o rigor matemático.*

*Na presente comunicação formulámos e demonstrámos o Princípio de Saint Venant para uma equação escalar elíptica, num domínio de forma arbitrária, em dimensão  $N > 2$ .*

*Nomeadamente, mostrámos que a energia interna, fora duma bola de raio fixo, decresce com a potência  $\rho^{2(N-1)}$ , onde  $\rho$  é o parâmetro ligado à "pequena" zona onde estão aplicadas forças. Foram abordadas relações com a optimização de topologia.*

**15h00-15h50 - Vladimir Goncharov (UE):** Cálculo das Variações e um problema de tempo mínimo. Estabilidade em relação aos dados sobre a fronteira.

Resumo: *Foi feita uma exposição geral dos resultados recentes sobre o problema de minimização do funcional integral não convexo*

$$\int_{\Omega} g(\nabla u(x)) dx$$

*entre todas funções lipschitzianas  $u(\cdot)$  sujeitas à condição linear  $u(x) = \langle v, x \rangle$  sobre a fronteira  $\partial\Omega$  que pode ser escrito em termos da inclusão diferencial total*

$$\nabla u(x) \in \text{ext } V, \quad u|_{\partial\Omega} = \langle v, \cdot \rangle.$$

*Estudou-se a família de soluções deste problema que dependem continuamente de  $v$  relativamente à norma uniforme, e abordou-se a ligação entre o problema variacional e inclusão diferencial em consideração, e um problema de tempo mínimo associado.*

Pausa

**16h20-17h10 - José Matias (IST-UTL):** Condições necessárias e suficientes para existência de solução em alguns problemas variacionais.

Resumo: *Derivámos condições necessárias e condições suficientes para existência de soluções de:*

$$(P) \text{ Inf } \{ f(du), u \in u_{\zeta_0} + W_0^{1,\infty}(\Omega; R^k) \}$$

*para  $k$  conveniente, onde  $f$  é uma função positiva não convexa,  $du$  uma forma diferencial definida em  $\Omega$  e  $u_{\zeta_0} \in W^{1,\infty}(\Omega; R^k)$  tal que  $du_{\zeta_0} = \zeta_0$ , para  $\zeta_0$  dado.*

*Discutimos também o problema de inclusões diferenciais relacionado.*

*Aproveitámos para fazer uma resenha da teoria das inclusões diferenciais focando, em*

*particular, a relação entre problemas de inclusões diferenciais e problemas de minimização de funcionais integrais.*

**17h20-18h00 Debate:** Tópicos recentes em Cálculo das Variações

Moderadores: Luís Trabucho (FCT-UNL) e Cristian Barbarosie (FC-UL).

*Resumo: O debate desenvolveu-se inicialmente em torno de problemas mal postos em Cálculo das Variações, tema sugerido pelo Professor Cristian Barbarosie. Houve um debate muito interessante sobre o assunto, tendo sido propostas algumas pistas por matemáticos da assistência.*

*O Professor Luís Trabucho falou, seguidamente, sobre diversas aplicações recentes do Cálculo das Variações a problemas da Engenharia e da Biologia, tendo havido bastante diálogo entre os matemáticos presentes. O debate prolongou-se animadamente até às 18 horas e 30 minutos.*

**Agradecimentos**

A organizadora expressa à SPM e ao CIM e o seu apreço pela criação das Tardes SPM / CIM. Agradece também aos Professores Joaquim Júdice e Diogo Gomes, em nome de todos os participantes e em seu nome pessoal, o apoio prestado à organização deste encontro em torno do Cálculo das Variações.