

Tarde de Trabalho SPM/CIM em Probabilidades e Análise Estocástica

Relatório

A Tarde de Trabalho decorreu no sábado, dia 3 de Março de 2007 e foi organizada por A. B. Cruzeiro (Grupo de Física - Matemática U.L. e Dep. de Matemática IST-UTL). Contou com cerca de uma dezena de matemáticos/estudantes de matemática do país.

De acordo com o modelo seguido para estes eventos, o programa consistiu numa série de apresentações científicas (trabalhos de investigação) seguida de uma discussão, que neste caso versou sobre as relações entre as Probabilidades e Análise Estocástica e outras ciências.

Programa científico

Infelizmente, por razões pessoais, o conferencista agendado para a primeira palestra não pode comparecer. Tratava-se de:

L.Streit (CCM e Dep. de Matemática e Engenharias da Univ. da Madeira) e o título era
“Random walks on graphs: the case of R&D networks under the EU framework programmes”.

Assim sendo, o programa inicial foi alterado, passando a ser o seguinte:

14:00 –14:50 –**“Estabilidade estocástica de sistemas não uniformemente expansores”**

(J. F. Alves, C.M.U.P. e Dep. Matemática Pura da Fac. Ciências, Univ. do Porto)

Resumo:

Consideramos transformações em variedades riemannianas que apresentam expansão não-uniforme em quase todo o ponto com respeito à medida de Lebesgue. Em trabalhos com C. Bonatti, M. Viana e V. Araújo, mostra-se que a estatística das órbitas típicas de tais transformações é descrita por medidas físicas, descrição essa que se estende ao caso em que é incorporado ruído nas sucessivas iterações (caso estocástico). A estabilidade estocástica fraca (convergência das medidas físicas na topologia fraca) de certas classes de transformações não-uniformemente expansoras foi provada em 2003 com V. Araújo. Em trabalho em andamento com H. Vilarinho exibimos condições suficientes para a estabilidade estocástica forte (convergência das medidas físicas na norma de L^1).*

de transformações não uniformemente expansoras. Nesta apresentação foram abordadas técnicas de cariz analítico que constituem passo importante na obtenção de tais resultados.

15:00-15:50 – “Programação linear e controlo óptimo estocástico”
(D. Gomes, C.A.M.G.S.D. e Dep. Matemática IST-UTL)

Resumo:

Muitos problemas de controlo óptimo estocástico podem ser reformulados como problemas de programação linear em dimensão infinita. Deste modo, tem-se acesso a toda a teoria da dualidade de análise convexa. Nestes problemas, o dual está relacionado com certas equações de Hamilton-Jacobi de segunda ordem. As soluções de viscosidade destas equações fornecem ferramentas adequadas ao estudo destes problemas e, por outro lado, estes problemas de programação linear em dimensão infinita permitem obter algumas estimativas novas sobre soluções de viscosidade.

Discussão

“Probabilidades e Análise Estocástica em outras ciências”

A discussão foi iniciada com as seguintes intervenções:

J.C. Zambrini (Grupo de Física - Matemática U.L. e Dep. de Matemática F.C.U.L.)

“Probabilidades e Análise Estocástica na Física”.

Resumo:

Lembrámos para começar o tradicional papel das probabilidades no contexto da dinâmica Hamiltoniana, inspirado pelo Teorema de Liouville, fundamento da mecânica estatística clássica. Posteriormente a evolução das ideias devida a Poincaré, renunciando a identificar este aspecto probabilístico à nossa ignorância das condições iniciais. A noção de sistemas caóticos não é uma refutação do determinismo mas sim a afirmação de que os sistemas dinâmicos Hamiltonianos são, genericamente, muito sensíveis às suas condições iniciais deterministas. De qualquer forma, observámos que ao tempo de Poincaré um conceito tão simples como o de acontecimentos independentes não tinha ainda sido definido de forma precisa. A noção moderna de processo aleatório é ulterior.

Quando a dinâmica se torna quântica, o princípio de incerteza (e portanto o aleatório) torna-se fundamental. Mas apenas metade das variáveis que definem o espaço de fases clássico se vê atribuir, de forma misteriosa, uma distribuição de probabilidades, construída em termos da famosa “função de onda”. Este aspecto é crucial para as particularidades estruturais da teoria quântica. Sublinhámos que as relações entre as probabilidades em espaços de Hilbert quânticos e a Análise Estocástica são ainda, no entanto, extremamente superficiais e polémicas, mesmo depois dos trabalhos de Wiener, Itô e os seus sucessores modernos. O método dito

dos integrais de caminho de Feynman permanece, também, um mistério probabilista. Uma noção rigorosa de probabilidade onde as variáveis aleatórias são não comutativas foi desenvolvida com sucesso por Voiculescu, mas não é já apresentada como solução dos problemas anteriores.

Concluimos que neste período inédito de "Randomization of Mathematics" (D.Mumford), falta ainda, e talvez cada vez mais cruelmente, a relação sistemática com a física quântica, que será sem dúvida a maior realização da Análise Estocástica.

P. Godinho (Fac. Economia Univ. Coimbra)

“Aplicações de Análise Estocástica em Economia e Finanças”

Resumo:

A presente comunicação começa por dar uma perspectiva histórica da aplicação da análise estocástica à economia e finanças, e por apresentar as suas principais aplicações nestas áreas científicas. Enfatiza-se a importância da aplicação da análise estocástica à avaliação de opções, e a forma como permitiu o desenvolvimento de modelos baseados em pressupostos realistas. Apresentam-se diferentes aplicações destes modelos: avaliação de opções financeiras, avaliação de outros activos financeiros contingentes, avaliação de projectos de investimento, desenvolvimento de novos produtos financeiros e definição de estratégias de cobertura de risco. Finalmente, apresentam-se aplicações de modelos de avaliação de opções a novos problemas, fora da área da economia e finanças.

A estas intervenções seguiu-se uma discussão sobre o papel das probabilidades na história e no desenvolvimento recente em certas áreas da Física e da Economia (entre outras ciências), bem como uma discussão acerca do ensino das probabilidades em Portugal, tradicionalmente mais ligado à área da Estatística.

Pela importância e actualidade desta disciplina concluiu-se que seria benéfico, na comunidade académica portuguesa:

1. O desenvolvimento da formação e da investigação em Probabilidades e Análise Estocástica nos Departamentos de Matemática das Universidades portuguesas, através da criação de mais disciplinas avançadas, de programas de doutoramento, etc.

2. O diálogo entre cientistas e professores de áreas diferentes, em particular de Matemática, Física e Economia, com vista ao estabelecimento de pontes tanto a nível da formação como da investigação no domínio das Probabilidades e da Análise Estocástica e das suas aplicações.

Ana Bela Cruzeiro