

TARDES DE TRABALHO SPM/CIM

Relatório da tarde em Topologia Algébrica

Decorreu no dia 24 de Novembro de 2007 a tarde de trabalho SPM/CIM em Topologia Algébrica. Por motivo de obras nas instalações do CIM esta sessão realizou-se no Hotel Quinta das Lágrimas. A organização esteve a cargo de Margarida Mendes Lopes do Departamento de Matemática do Instituto Superior Técnico.

Estiveram presentes cerca de duas dezenas de matemáticos entre os quais se contavam estudantes de doutoramento, jovens doutorados e investigadores seniores.

O programa da tarde de trabalho consistiu de três palestras científicas por Marco Mackaay (UA), Lucille Vandembroucq (UM) e Gustavo Granja (IST) e um debate final moderado por Teresa Monteiro Fernandes (UL) e Peter Gothen (UP). Devido à presença de bolsistas de post-doutoramento estrangeiros as palestras foram proferidas em inglês.

Programa científico

14.00 - 14.50 Marco Mackaay (CAMGSD e Universidade do Algarve)

The construction of the $Sl(N)$ link homology using foams and the Kapustin-Li formula

Sumário: Khovanov and Rozansky (KR) defined a link homology related to the Lie algebra $Sl(N)$, for every N . Their approach is based on the theory of matrix factorizations and has been very influential in further research of link homologies. Although the definition of the KR-homology is easy, its computation for most links (with more than 10 crossings) has proved to be very hard or impossible. For example, at present there is no computer program which can do these calculations for $N > 3$.

For $N=2$ and $N=3$ there is an alternative approach (due to Bar-Natan, Khovanov, Mackaay-Vaz and Morrison-Nieh) using foams, which are special kinds of (singular) cobordisms. The latter approach is strictly combinatorial and has laid the mathematical foundation for "fast" computer programs. Therefore, it is natural to look for a way to extend the approach using foams to the case for $N > 3$.

Marko Stosic, Pedro Vaz and I have managed to define a link homology using foams, for $N > 3$, which we showed to be isomorphic to the KR link homology. Unfortunately this approach is not fully combinatorial, because it requires the use of the Kapustin-Li formula, coming from 2d Topological Quantum Field Theory, for the evaluation of closed foams. However, it is certainly a step in the right direction and hopefully will help people to find a purely combinatorial method in the near future. In my talk I will sketch our results.

15.00 - 15.50 Lucile Vandembroucq (CMAT e Universidade do Minho)

On Farber's Topological Complexity

Sumário: The Topological Complexity of a space has been introduced by M. Farber in the context of the study of the motion planning problem in robotics. It is, in general, difficult to calculate this numerical homotopy invariant directly so that one usually has to work with approximations. M. Farber has carried out a certain number of computations with the aid of the lower bound given by the nilpotency of the kernel of the cup product. In this talk, I will introduce a new lower bound which is computable from a Sullivan model of the space and which is closer to the topological complexity than the cohomological one used by M. Farber.

16.20 - 17.10 Gustavo Granja (CAMGSD e Dep. Matemática, IST-UTL)

The homology of graphs of topological groups

Sumário:

I will discuss how to compute the homology of graphs of topological groups and give some simple examples. I will also talk about two applications: computing the homology of certain groups of symplectomorphisms, and proving that the Pontryagin ring of a Kac-Moody group is a finitely generated algebra. The latter is mostly work by Nitu Kitchloo of UC San Diego.

Debate

O debate final com o tema *O papel da Topologia Algébrica em outras áreas da Matemática e no currículo dos cursos de Matemática* teve uma duração de cerca de 50 minutos e foi moderado por Teresa Monteiro Fernandes (CAUL e Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa) e Peter Gothen (CMUP e Faculdade de Ciências da Universidade do Porto).

Houve uma troca de impressões bastante interessante entre os participantes.

Falou-se um pouco da história da topologia algébrica, sendo em particular notado como houve um ressurgimento da topologia algébrica nos últimos 15 anos depois do relativo declínio que se sucedeu ao período aureo dos anos 50 e 60 do século XX. Este ressurgimento é em parte devido ao novo uso de topologia algébrica em física e diversas áreas da matemática, sendo em particular referidas além de geometria, computação e robótica.

Discutiu-se também a que nível e profundidade deveria aparecer a topologia algébrica nos currículos dos cursos de matemática.

A posição consensual de todos os intervenientes na discussão foi a de que a noção de grupo fundamental e seu uso deveria ser parte dos conteúdos mínimos de qualquer licenciatura de Matemática e que poderia ser ensinada no início do segundo ano. Verificou-se que, no entanto, esta não é a prática na maioria dos cursos de Matemática em Portugal.

Também foi consensual a opinião de que uma disciplina de topologia algébrica deveria figurar como opção no currículo de um segundo ciclo em Matemática Pura, tendo alguns dos intervenientes defendido mesmo que deveria figurar como disciplina obrigatória.

Agradecimentos

Gostaria de agradecer ao CIM e à SPM o convite para organizar esta sessão. Agradecimentos especiais são também devidos ao Presidente do CIM, Prof. Joaquim Júdice, pelo apoio prestado na organização da Tarde e aos oradores e aos moderadores do debate pela sua participação.

Lisboa, 28 de Novembro de 2007

Margarida Mendes Lopes